HMINF Kochrezepte

Kochrezepte erstellt (erstmal) anhand der Klausuraufgaben. (Bis Aufgabe 3)
ACHTUNG: Die Vorgehensweise einiger dieser Kochrezepte entsprechen nur einem Pfad. Es ist durchaus möglich, dass eigentlich zur bearbeitung der Aufgaben eine Baumstruktur vorliegt. :(

Bestimmung des Taylorpolynoms

Polynom einer Mehrparameterfunktion

Kochrezept für das Aufstellen eines Taylor-Polynoms 2.Grades einer Multiparameterfunktion mit 2 Parametern.

1. $f(x_0, y_0)$ bestimmen
2.
    1. Ableitungmenge der Funktion $f(x, y)$ bestimmen
3. Nabla-Operator anhand $f'(x_0, y_0)$ bestimmen
4.
    2. Ableitungsmenge der Funktion $f(x, y)$ bestimmen
5. Hesse-Form ($\underline{\underline{H}}_f$) anhand der Ableitungsmengen und x_0, y_0 bestimmen
6. Eintragen in den Taylor-Polynom

$$T_{n,(x_0,y_0)}(x, y) = f(x_0, y_0) + \nabla^T \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2!} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix}^T \underline{\underline{H}}_f \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix}^T$$

Ermittlung der Lage und Art relativer Extremwerte von Funktionen

1. Notwendige Bedingung
    1.
        1. Ableitungsmenge bilden
    2. $\nabla \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
    3. Nullsetzen der 1. Ableitungen und die Lösungsmengen von x, y bestimmen
    4. mögliche Extremastellen anhand der Kombinationen von x und y ermitteln
2. Hinreichende Bedingung
    1. Aufstellen der Hesse-Form
    2. Einsetzen der möglichen Extremastellen und anhand h_{f11} und der Determinanten die Definitheit bestimmen
        1. $h_{f11} > 0, \det \underline{\underline{H}}_f > 0$ pos. definit rel. Minimum

2. $h_{f11} > 0, \det \underline{\underline{H}}_f < 0$ indefinit, Sattelpunkt
3. $h_{f11} < 0, \det \underline{\underline{H}}_f < 0$ indefinit, Sattelpunkt
4. $h_{f11} < 0, \det \underline{\underline{H}}_f > 0$ neg. definit, rel. Maximum

Gleichungslösung

Fixpunktinteration

1. Funktion nach x Lösen => $g(x)$
2. 1. Ableitung bilden und Steigung auswerten
3. Grenzwertbetrachtung
   1. $0 < g(1) = g(1) \leq g(x) \leq g(0) =? \leq 1$
   2. Betrag der Gleichung $g'(x)$ betrachten, L bestimmen
   3. Wenn beides zutrifft, konvergiert die Fixpunktiterarion
4. Aufstellen der Iterationsvorschrift
5. Ermitteln der Iterationsfolge
   Optional: Fehlerabschätzung

$$|x_n - \tilde{x}| = \frac{L}{1-L}|x_n - x_{n-1}|$$

Integrationsregeln

Potenzregel

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1}$$

Faktorregel

$$\int c \cdot f(x)dx = c \cdot \int f(x)dx$$

Summenregel

$$\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$

Partielle Integration

$$\int f'(x)g(x)dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)$$

Integration durch Substitution

$$\int f(x)dx = \int f(\varphi(u) \cdot \varphi'(u)du$$

Fourrier-Reihen

$$s_n(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cdot \cos(k\omega x) + b_k \cdot \sin(k\omega x))$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int f(x)dx$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int f(x) \cdot \sin(k\omega x)dx$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int f(x) \cdot \sin(k\omega x)dx$$

- Bestimmen, ob die Funktion gerade oder ungerade ist
  - Wenn Fkt. gerade, dann ist $b_k = 0$
  - Wenn Fkt. ungerade, dann ist $a_k = 0$
  - Wenn beides nicht zutrifft müssen a_k und b_k bestimmt werden
- Bestimmung von ω, a_0
- Bestimmung von a_k und/oder b_k
- In die Formel einsetzen