Aufgabe 1. (1+1+2 P)

a) Geben Sie die Höhe der Quantisierungsstufen für einen A/D-Wandler mit der Wortlänge 8 Bit und einem Eingangsspannungsbereich von ±5 V an.

b) Bei der Aufnahme von Eingangs- und Ausgangsspannung eines Tiefpasses mit der NI 6014-Messdatenerfassungskarte im Versuch LV II trat durch die Zeitverzögerung der Erfassung eine Abweichung des gemessenen Phasenwinkels von ca. 8° auf.
Um welchen Typ von Messabweichungen handelt es sich hier?

c) Geben Sie für die Folge { 5.6 4.6 8.2 7.6 4.0 } den Mittelwert und den Median an.

a) $U = 10V$, 8Bit

$$S_Q = \frac{U}{2^n - 1} \Rightarrow S_Q = \frac{10V}{2^8 - 1} \approx \underline{0{,}0392\,V} \mathrel{\hat=} 3{,}92\,mV$$

b) $\{ 4{,}0 \quad 4{,}6 \quad \underbrace{5{,}6}_{\text{Median}} \quad 7{,}6 \quad 8{,}2 \}$

$$\underline{\underline{\bar{x} = 6}}$$

$$\underline{\underline{\tilde{x} = 5{,}6}}$$

Aufgabe 2. (2+2 P)

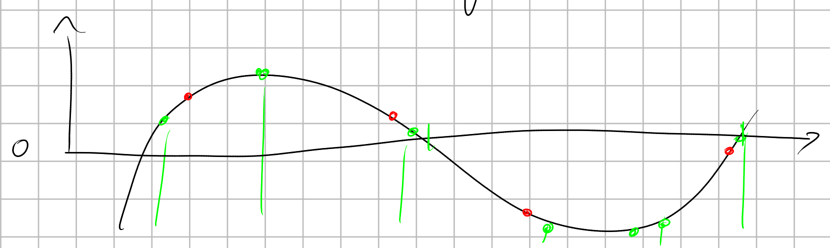
a) Prof. Taugenichts misst eine Sinusschwingung $u(t) = 3 \cdot \sin(1000 \cdot t)$ digital. Er behauptet, dass das mit einer Abtastfrequenz von 500 Hz möglich ist. Hat er recht?

b) Er setzt nun einen Gleichrichter ein, so dass am A/D-Wandler die Spannung $\tilde{u}(t) = 3 \cdot |\sin(1000 \cdot t)|$ anliegt. Wieso ergibt sich dadurch eine völlig andere Situation?

2) a) $u(t) = 3V \cdot \sin(1000\,t)$

$$\omega_0 = 1000\,\frac{1}{s} \Rightarrow f_x = \frac{\omega_0}{2\pi} = 166{,}66\,Hz$$

$$f_s \quad \frac{f_x}{500\,Hz} > 2 \Rightarrow \text{gut Messbar}$$

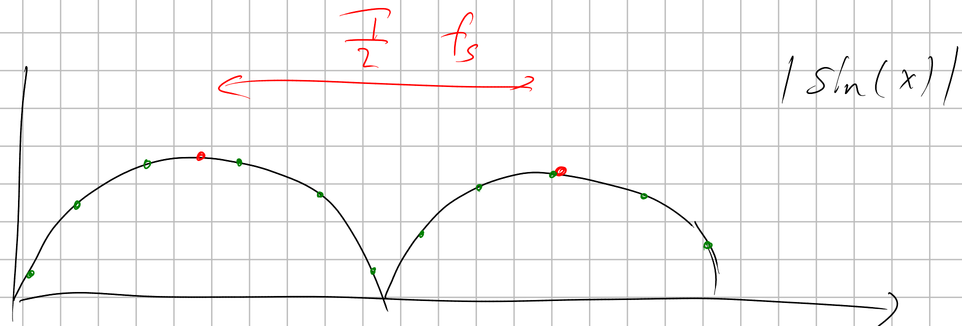


2

4

8

b)

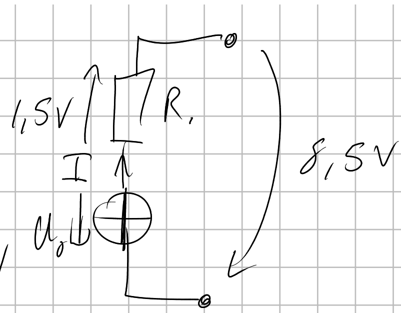


- Nyquist-Beding. nicht mehr ausreichend
- Mehr Abtastpunkte benötigt (pro Periode)
- mind. 10 Abtastpunkte pro Periode für gescheite Darstellung

Aufgabe 3. **(2 P)**

An einer Spannungsquelle wurde im Leerlauf die Spannung $U_0 = 10\,\text{V}$ und bei einem Strom von 3 A die Spannung 8,5 V gemessen. Wie groß ist der Innenwiderstand?

3) $U_0 = 10\,V$; $I = 3A$; U_n



$U = R \cdot I$

$U_{R_i} = R_i \cdot I \Leftrightarrow R_i = \frac{10V - 8,5V}{3A}$

$= 0,5\,\Omega$

$10V = 8,5V + R_i \cdot 3A$

Aufgabe 4. **(4+1 P)**

Mit einem Multimeter der Genauigkeitsklasse 1 wird im Messbereich 0 – 30 V eine Spannung von U = 10 V gemessen. Der Ablesefehler lasse sich mit ±0,4V abschätzen.

a) Wie groß ist die Messunsicherheit der Messung absolut und relativ?

b) Welche für die Anwendung von Messinstrumenten übliche Regel wurde hier verletzt?

a) $\Delta U_A = 0,4V$; $U = 10V$

$\Delta U_M = 1\%$

$\Delta U = \sqrt{\left(\frac{0,4V}{10V}\right)^2 + (1\%)^2}$ $\approx 1\%$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{\Delta U = 0,1V}}$

$\hat{U} = \underline{\underline{10V \pm 0,1V}}$

b) - besonders hoher Ablesefehler
- Nicht auf Null kalibriert

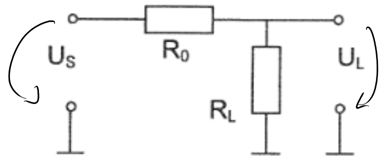
$1V \pm 0{,}4V \Rightarrow 40\,\%$

$30V \pm 0{,}4V \Rightarrow (1 \pm \frac{1}{3})\,\%$

Menschlicher Fehler hilft bei Auswertung nicht

Aufgabe 5. (2+6 P)

In der folgenden Schaltung wird an dem Lastwiderstand $R_L = 10\,\Omega$, dessen Toleranz 10% beträgt, die Spannung $U_L = 7{,}5\,\text{V}$ mit einer Messunsicherheit von ±0,375 V gemessen. $R_0 = 30\,\Omega$ sei ein Präzisionswiderstand, dessen Toleranz vernachlässigbar sei.

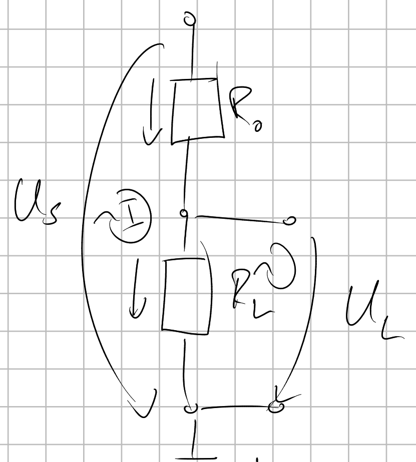


a) Bestimmen Sie aus diesen Messdaten die Spannung U_S.

b) Bestimmen Sie deren Messunsicherheit absolut und relativ.

$R_L = 10\,\Omega \pm 1\,\Omega;\ R_0 = 30\,\Omega$

$U_L = 7{,}5V \pm 0{,}375V \quad (5\,\%)$



a) $\frac{U_s}{U_L} = \frac{R_0 + R_L}{R_L} \quad | \cdot U_L$

$U_s = \frac{R_0 + R_L}{R_L} U_L$

$\underline{U_s = 4\,U_L} \qquad U_s = (R_0 + R_L) \cdot U_L \cdot R_L^{-1}$

b) $\Delta U_{SR_L} = \left| U_L \cdot \left(\frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \right) \right| \qquad u = R_0 + R_L \Rightarrow u' = 1; \quad v = R_L \Rightarrow v' = 1$

$= \left| U_L \cdot \left(\frac{1 \cdot R_L - 1 \cdot (R_0 + R_L)}{R_L^2} \right) \right| = U_L \cdot \frac{-R_0}{R_L^2}$

$\Delta U_{SR_L} = \left| U_L \cdot \frac{-R_0}{R_L^2} \right| \cdot 1\,\Omega \approx \left| 7{,}5V \cdot \frac{-30\,\Omega}{100\,\Omega^2} \right| \cdot 1\,\Omega$

$\approx 2{,}25\,V$

$\Delta U_{SU_L} = \frac{\partial U_s}{\partial U_L} \cdot \Delta U_L = 4 \cdot \Delta U_L \approx \frac{12}{8}\,V = 1{,}5\,V$

$$\Delta U_s = \sqrt{(2{,}25V)^2 + (1{,}5V)^2} \approx \underline{\underline{2{,}7042V}}$$

$$\hat{U}_s = 4U_L \pm 2{,}7V$$

$$\underline{\underline{= 30V \pm 2{,}7V}}$$

$$\Delta U_s = \frac{2{,}7V}{30V} \approx \underline{\underline{9\%}}$$

6) $\hat{R}(\vartheta)$

$$\overline{R_{NTC}} = \frac{1}{3}(9) = \underline{\underline{3}}\,\Omega$$

$$\overline{\vartheta} = \frac{1}{3}\cdot(60) = \underline{\underline{20}}\,°C$$

$$S_\vartheta^2 = \frac{1}{N-1}\cdot\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$$

$$\Rightarrow S_\vartheta^2 = \frac{1}{2}\cdot(400 + 25 + 625) = \underline{\underline{525}}\,°C^2$$

$$S_{\vartheta R_{NTC}} = \frac{1}{2}\cdot((-20)\cdot(5{,}8-3) + (-5)\cdot(-0{,}6) + (25)\cdot(-2{,}2))$$

$$= \frac{1}{2}\cdot(-56 + (+3) + (-55))$$

$$= -54\,°C\,\Omega$$

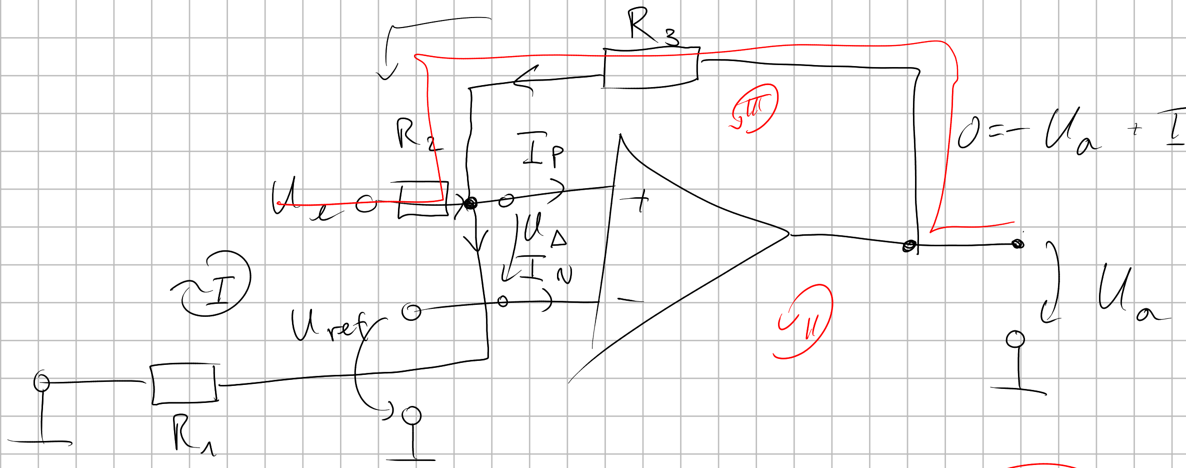
$$\hat{R}_{NTC}(\vartheta) = 3\Omega - \frac{54\,°C\,\Omega}{525\,(°C)^2}(\vartheta - 20°C)$$

$$= 3\Omega - 0{,}103\,\frac{\Omega}{°C}(\vartheta - 20°C)$$

b) $$\hat{R}_{NTC}(15°C) = 3\Omega - 0{,}103\,\frac{\Omega}{°C}\cdot(-5°C)$$

$$= 3\Omega + 0{,}515\Omega$$

$$\underline{\underline{= 3{,}515\Omega}}$$



$0 = -U_a + I_3 R_3 - I_2 R_2 + U_e$

$I_p = I_N = 0 \qquad U_\Delta = 0V \Leftrightarrow U_p = U_N$

$I: \quad -U_e + U_{R_2} + U_{R_1} = 0 \Leftrightarrow U_{R_1} = U_e - U_{R_2}$

$II \quad -U_a + U_{R_3} + U_{R_1} = 0$

$I \text{ in } II \Rightarrow -U_a + U_{R_3} + U_e - U_{R_2} = 0 \Leftrightarrow U_{R_3} - U_{R_2} + U_e = U_a$

$U_e - U_{R_2} = U_{ref} \Leftrightarrow U_e = U_{ref} + U_{R_2}$

$U_{R_2} = U_e - U_{ref}$

$\text{in } II: \quad U_{R_3} - (U_e - U_{ref}) + U_e = U_a$

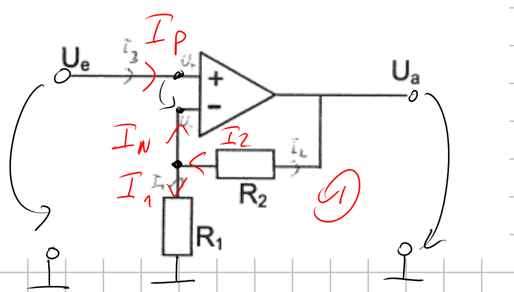
$\Rightarrow U_{R_3} + U_{ref} = U_a$

$III: \quad -U_a + U_{R_3} - U_{ref} = 0 \Rightarrow U_{R_3} = U_a + U_{ref}$

$U_a = 2U_{ref}$

Aufgabe 5. (6 P)

Bestimmen Sie das Übertragungsverhalten $U_a = f(U_e)$ der nebenstehenden Operationsverstärkerschaltung (allgemein und für die Widerstandswerte $R_1 = 3{,}3\,\mathrm{k\Omega}$ und $R_2 = 13{,}2\,\mathrm{k\Omega}$).



$K: \quad 0 = I_2 - I_1 - I_N \Rightarrow I_1 = I_2$

$M.\ I: \quad -U_a + I_2 R_2 + I_1 R_1 = 0 \Rightarrow I_1(R_2 + R_1) = U_a$

$U_p = U_n \Rightarrow U_e = I_1 R_1 \Leftrightarrow I_1 = \frac{U_e}{R_1}$

$$U_a = \frac{U_e}{R_1} \cdot (R_1 + R_2) = \frac{U_e}{3{,}3\,k\Omega} \cdot (16{,}5\,k\Omega)$$

$$\underline{\underline{U_a(U_e) = 5U_e}}$$

Aufgabe 5. (6 P)

Für die Temperatur eines Reaktors liegen 6 Messungen vor:

Messung Nr.	1	2	3	4	5	6
Temperatur ϑ [°C]	10	9	12	6	8	9

a) Wie lautet das vollständige Messergebnis (Vertrauensniveau 99%)?

b) Der Reaktor produziert Ausschuss, wenn bestimmte Temperaturgrenzen nicht eingehalten werden. Der Chef verlangt eine möglichst präzise Aussage über die Temperatur, zu der Sie voll und ganz stehen können. Was sagen Sie?

Hinweise:

1.) $\sqrt{6} \approx 2{,}5$

2.)

Anzahl Messungen in der Messreihe n	Vertrauensfaktor t						
	$(1-\alpha) =$ 68,27 %	$(1-\alpha) =$ 90,00 %	$(1-\alpha) =$ 95,00 %	$(1-\alpha) =$ 95,45 %	$(1-\alpha) =$ 99,00 %	$(1-\alpha) =$ 99,73 %	$(1-\alpha) =$ 99,98 % *
2	1,84	6,31	12,71	18,44	63,66	235,80	761,40
3	1,32	2,92	4,30	4,93	9,93	19,21	42,30
4	1,20	2,35	3,18	3,48	5,84	9,22	19,77
5	1,15	2,13	2,78	2,98	4,60	6,62	12,48
6	1,11	2,02	2,57	2,73	4,03	5,51	9,77

Aufgabe 6. (10 P)

a) Für einen Si-Widerstands-Temperatursensor mit

$$R(\vartheta) = R_{25} \cdot (1 + 0.008\,\mathrm{K}^{-1} \cdot \Delta\vartheta + 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-2} \cdot \Delta\vartheta^2),\ R_{25} = R(\vartheta = 25°C) = 2\,\mathrm{k\Omega},$$

ist als einfache Näherung eine lineare Kennlinie $R_{lin}(\vartheta)$ zu bestimmen, die bei ϑ = 20 °C und bei ϑ = 50 °C exakte Werte liefert.

b) Welche Temperaturen werden nach dieser linearen Näherung bei 0 °C und bei 100 °C Messtemperatur ermittelt?

c) Es wird ein Spannungsteiler aus dem Si-Widerstand und einem 2 kΩ-Präzisionswiderstand gebildet und mit 5 V (konstant) gespeist. Die Spannung über dem Si-Widerstand wird als Messspannung U_M ausgewertet. Bestimmen Sie auch hier als Näherung eine lineare Kennlinie $U_{M,lin}(\vartheta)$, die bei 20 °C und bei 50 °C exakte Werte liefert.

d) Welche Temperatur wird nach dieser linearen Näherung bei 100 °C Messtemperatur ermittelt? Vergleichen Sie den relativen Fehler mit dem in b) bei 100 °C.

Aufgabe 5. **(6 P)**

Für die Temperatur eines Reaktors liegen 6 Messungen vor:

Messung Nr.	1	2	3	4	5	6
Temperatur ϑ [°C]	10	9	12	6	8	9

a) Wie lautet das vollständige Messergebnis (Vertrauensniveau 99%)?

b) Der Reaktor produziert Ausschuss, wenn bestimmte Temperaturgrenzen nicht eingehalten werden. Der Chef verlangt eine möglichst präzise Aussage über die Temperatur, zu der Sie voll und ganz stehen können. Was sagen Sie?

a) $\bar{\vartheta} = 9\,°C$

$$S_\vartheta = \sqrt{\frac{1}{6-1}\cdot\left(\underset{1}{1^2} + \cancel{0}^2 + \underset{9}{3^2} + \underset{9}{(-3)^2} + \underset{1}{(-1)^2} + \cancel{0}^2\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{5}\left(20\,°C^2\right)}$$

$$= \sqrt{4\,°C^2} = 2\,°C$$

$$\Delta\vartheta = \frac{1}{\sqrt{N}}\cdot t_{0,99}\cdot S_\vartheta = \frac{1}{\sqrt{6}}\cdot 4{,}03\cdot 2\,°C$$

$$= 3{,}29\,°C$$

$$\Rightarrow \hat{\vartheta} = 9\,°C \pm 3{,}29\,°C$$

b) – Abweichung von 3,29 °C ist derbe hoch, eine präzise Messung ist somit nicht möglich.

Aufgabe 6. (10 P)

a) Für einen Si-Widerstands-Temperatursensor mit

$$R(\vartheta) = R_{25} \cdot (1 + \underbrace{0.008\,\mathrm{K}^{-1} \cdot \Delta\vartheta}_{0} + \underbrace{2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-2} \cdot \Delta\vartheta^2}_{0}),\ R_{25} = R(\vartheta = 25°C) = 2\,\mathrm{k}\Omega,$$

ist als einfache Näherung eine lineare Kennlinie $R_{lin}(\vartheta)$ zu bestimmen, die bei ϑ = 20 °C und bei ϑ = 50 °C exakte Werte liefert.

b) Welche Temperaturen werden nach dieser linearen Näherung bei 0 °C und bei 100 °C Messtemperatur ermittelt?

c) Es wird ein Spannungsteiler aus dem Si-Widerstand und einem 2 kΩ-Präzisionswiderstand gebildet und mit 5 V (konstant) gespeist. Die Spannung über dem Si-Widerstand wird als Messspannung U_M ausgewertet. Bestimmen Sie auch hier als Näherung eine lineare Kennlinie $U_{M,lin}(\vartheta)$, die bei 20 °C und bei 50 °C exakte Werte liefert.

d) Welche Temperatur wird nach dieser linearen Näherung bei 100 °C Messtemperatur ermittelt? Vergleichen Sie den relativen Fehler mit dem in b) bei 100 °C.

a) $R(\vartheta) = R_{25} \cdot (1 + 0{,}008 \frac{1}{K} \cdot \Delta\vartheta + 2 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{K^2} \cdot \Delta\vartheta^2)$

$R_{25} = \underline{R(\vartheta = 25°C)} = 2k\Omega$

$20°C \Longleftrightarrow \Delta\vartheta = -5°C \Rightarrow R(20°C) = 2k\Omega(1 - 0{,}04 \cancel{\frac{1}{K}} + 5 \cdot 10^{-4} \cancel{\frac{1}{K^2}})$

$50°C \Longleftrightarrow \Delta\vartheta = 25°C$

$= \underline{1921\Omega}$

bei $50°C \Rightarrow R(50°C) = 2k\Omega(1 + 0{,}5 + 2 \cdot 625 \cdot 10^{-5})$

$= 2k\Omega(1{,}5 + 0{,}1250)$

$= 3{,}25k\Omega$

$R(\vartheta) = m\vartheta + b \qquad m = \frac{3{,}25k\Omega - 2{,}084k\Omega}{100°C - 20°C} = \frac{1{,}166k\Omega}{80°C}$

$\Rightarrow m = 14{,}575 \frac{\Omega}{°C}$

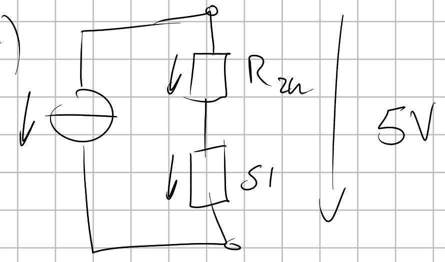
$R(25) = 2k\Omega = 16{,}6125 \frac{\Omega}{°C} \cdot 25°C + b \Rightarrow b = 1596{,}875$

$\Rightarrow \underline{R_{lin}(\vartheta) = 16{,}6125 \frac{\Omega}{°C} \cdot \vartheta + 1596{,}875\,\Omega}$

b) $R_{lin}(0°) = 1596{,}875\ \Omega$

$R_{lin}(100°C) = 17\,721\ \Omega$

c)

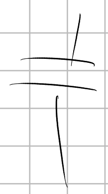


$$\frac{U_R}{5V} = \frac{R_{1in}(\vartheta)}{R_{in}(\vartheta)+R_{zu}}$$

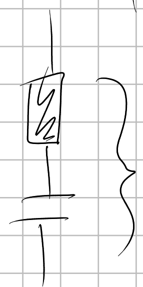
$$U_R = 5V\cdot\left(\frac{R_{1in}(\vartheta)}{R_{1in}(\vartheta)+R_{zu}}\right)$$

$$U_R(100^\circ C) = 5V\cdot\frac{17\,721\,\Omega}{19\,721\,\Omega}$$

$$\approx 4{,}5V$$



$$\left(-j\frac{1}{\omega C}\right)$$



$$j\omega L$$

$$j\omega L + \left(-j\frac{1}{\omega C}\right)$$

$$j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \qquad f_g \qquad Z(Im)=0$$

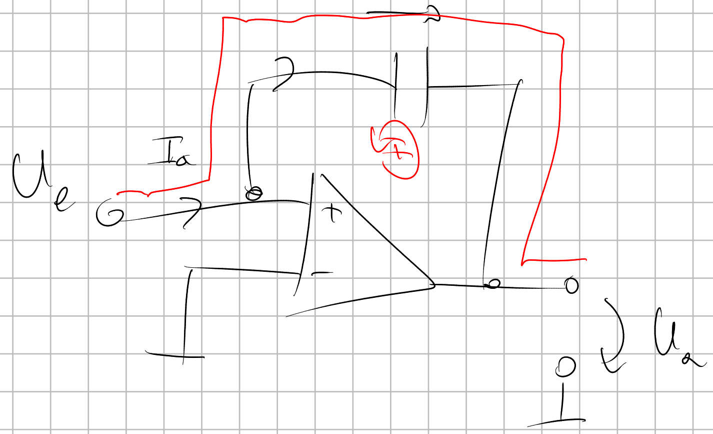
$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \qquad |\cdot\omega$$

$$\omega^2 L = \frac{1}{C} \qquad |\cdot L$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \qquad |\sqrt{}$$

$$\omega_g = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$



$0 = -U_a - Z_C \cdot I_C + U_e \qquad // \; Z_C = -j\frac{1}{\omega C}$

$U_a = U_e + j\frac{1}{\omega C} \cdot I_C$